Mechanik

Die Bewegungen

M 1 Um die Meerestiefe durch Echolotung zu bestimmen, wird von der Meeresoberfläche ein kurzes Schallsignal ausgesendet. Das Signal wird am Meeresboden reflektiert; $\Delta t = 1{,}4$ s nach der Aussendung des Signals erreicht das Echo die Meeresoberfläche.
Berechnen Sie die Wassertiefe h.
Die Schallgeschwindigkeit in Meerwasser der Temperatur 6 °C beträgt $c = 1475 \text{ m s}^{-1}$.

Die in der Zeit Δt vom Schall zurückgelegte Strecke beträgt

$$s = c\,\Delta t,$$

die doppelte Wassertiefe beträgt

$$2x = s.$$

$$2x = 1475 \text{ m s}^{-1} \cdot 1{,}4 \text{ s},$$

$$x = 1033 \text{ m}.$$

M 2 Die amerikanische Raumsonde Pionier 11 hatte im Dezember 1974 in Jupiternähe die Geschwindigkeit $v = 171\,000 \text{ km h}^{-1}$. Welche Zeit Δt benötigte die Sonde zu dieser Zeit, um eine Strecke von der Länge des Jupiterdurchmessers zu durchfliegen?
Der Jupiter hat den Durchmesser $d = 1{,}42 \cdot 10^8$ m.

Es gilt

$$d = v\,\Delta t,$$

$$\Delta t = \frac{d}{v}.$$

$$\Delta t = \frac{1{,}42 \cdot 10^8 \text{ m}}{1{,}71 \cdot 10^8 \text{ m h}^{-1}},$$

$$\Delta t = 0{,}830 \text{ h}.$$

M 3 Die Sonne hat von der Erde die Entfernung $s = 1{,}5 \cdot 10^8$ km, die Lichtgeschwindigkeit beträgt $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Welche Zeit Δt braucht das Licht, um die Strecke von der Sonne bis zur Erde zurückzulegen?

$$\Delta t = \frac{s}{c}.$$

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m\,s^{-1}}} = 500\ \mathrm{s} = 8\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}.$$

M 4 Ein Kraftfahrer hat eine $s = 200$ km lange Strecke zurückzulegen. Welche Zeit Δt spart er ein, wenn er nicht mit seiner sonst üblichen Durchschnittsgeschwindigkeit $v_1 = 80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$, sondern mit der Durchschnittsgeschwindigkeit $v_2 = 90\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ fährt?

Zu den Geschwindigkeiten erhält man die Fahrzeiten

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{2 \cdot 10^5\ \mathrm{m} \cdot 3600\ \mathrm{s}}{8 \cdot 10^4\ \mathrm{m}} = 9000\ \mathrm{s},$$

$$t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{2 \cdot 10^5\ \mathrm{m} \cdot 3600\ \mathrm{s}}{9 \cdot 10^4\ \mathrm{m}} = 8000\ \mathrm{s}.$$

$$\Delta t = t_1 - t_2; \qquad \Delta t = 1000\ \mathrm{s} = 16\ \mathrm{min}\ 40\ \mathrm{s}.$$

M 5 Ein mit der Geschwindigkeit $v_1 = 80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ fahrender, $l_1 = 18$ m langer Lastzug soll von einem mit der Geschwindigkeit $v_2 = 100\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ fahrenden, $l_2 = 5$ m langen Personenwagen überholt werden. Der Personenwagen wechselt die Fahrbahn zu dem Zeitpunkt, in dem der Abstand zwischen beiden Wagen $d_1 = 50$ m beträgt, er kehrt auf die rechte Fahrbahn zurück zu dem Zeitpunkt, in dem der Abstand zwischen den Wagen $d_2 = 60$ m beträgt.

a) Berechnen Sie die Zeitspanne Δt des Überholvorganges.

b) Berechnen Sie die Längen s_1 und s_2 der Wege, welche die Fahrzeuge in dieser Zeit zurückgelegt haben.

a) Es gilt:

$$v_2\,\Delta t = v_1\,\Delta t + d_1 + d_2 + l_1 + l_2,$$

$$\Delta t = \frac{d_1 + d_2 + l_1 + l_2}{v_2 - v_1},$$

$$\Delta t = \frac{(50\ \mathrm{m} + 60\ \mathrm{m} + 18\ \mathrm{m} + 5\ \mathrm{m}) \cdot 3600\ \mathrm{s}}{(10 \cdot 10^4 - 8 \cdot 10^4)\ \mathrm{m}},$$

$$\Delta t = 23{,}9\ \mathrm{s}.$$

b) Es gilt:

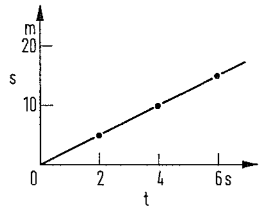
$$s_1 = v_1 \cdot \Delta t = \frac{8 \cdot 10^4\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} \cdot 23{,}9\ \mathrm{s} = 531\ \mathrm{m},$$

$$s_2 = v_2 \cdot \Delta t = \frac{10^5\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} \cdot 23{,}9\ \mathrm{s} = 664\ \mathrm{m}.$$

M 6 Die Bewegung eines Körpers wird durch das nebenstehende Weg-Zeit-Diagramm wiedergegeben.

a) Welche Geschwindigkeit v hat der Körper?

b) Welche Wegstrecke Δs_1 legt er in der Zeit $\Delta t_1 = 5$ min zurück?

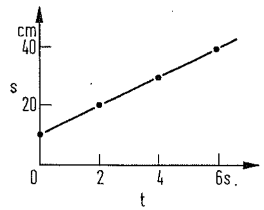


a) $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}, \qquad v = \dfrac{15\ \mathrm{m}}{6\ \mathrm{s}} = 2{,}5\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$

b) $\Delta s = v \cdot \Delta t,$

$\Delta s_1 = 2{,}5\ \mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 300\ \mathrm{s} = 750\ \mathrm{m}.$

M 7 Geben Sie das Weg-Zeit-Gesetz für die Bewegung an, die durch das nebenstehende Weg-Zeit-Diagramm dargestellt wird.



Das Weg-Zeit-Gesetz lautet

$$s = 5\ \mathrm{cm\,s^{-1}} \cdot t + 10\ \mathrm{cm},$$

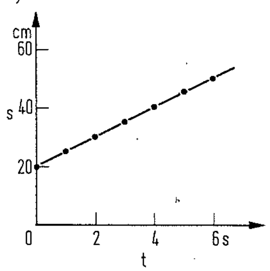
$$s = 5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m\,s^{-1}} \cdot t + 10^{-1}\ \mathrm{m}.$$

M 8 Ein Körper bewegt sich gleichförmig mit der Geschwindigkeit $v = 5\ \mathrm{cm\,s^{-1}}$ in Richtung wachsender Ortskoordinaten; zur Zeit $t_0 = 0$ befindet er sich am Ort mit der Ortskoordinate $s_0 = 20$ cm.

a) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm.

b) Geben Sie das Weg-Zeit-Gesetz an.

a)



b) Es gilt

$$s = v \cdot t + s_0,$$

$$s = 5\ \mathrm{cm\,s^{-1}} \cdot t + 20\ \mathrm{cm}.$$

M 9 Ein Fahrzeug bewegt sich auf einer geradlinigen Bahn. Die folgende Meßreihe gibt an, zu welcher Zeit t das Fahrzeug sich am Ort mit der Ortskoordinate s befand.

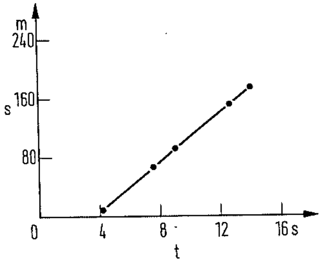
t (Einheit: s)	4,2	7,5	9,0	12,7	14,0
s (Einheit: m)	12,0	68,1	93,6	156,5	178,6

a) Zeichnen Sie das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm (Zeitachse nach rechts weisend, Wegachse nach oben. $1\,\text{s} \mathrel{\hat=} 0{,}5\,\text{cm}$, $1\,\text{m} \mathrel{\hat=} 0{,}25\,\text{mm}$).

b) Untersuchen Sie, ob es sich um eine gleichförmige Bewegung handelt. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Geschwindigkeit v des Fahrzeugs.

---

a) Das Weg-Zeit-Diagramm:



b) Das Diagramm ist eine Gerade, es liegt folglich eine gleichförmige Bewegung vor. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs beträgt

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

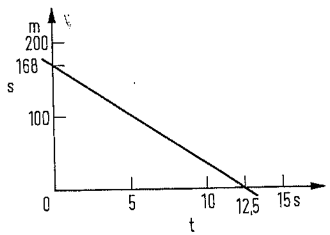
$$v = \frac{178{,}6\,\text{m} - 12{,}0\,\text{m}}{14{,}0\,\text{s} - 4{,}2\,\text{s}} = 17\,\text{m}\,\text{s}^{-1}.$$

M 10 Bestimmen Sie aus dem in der nebenstehenden Abbildung wiedergegebenen Weg-Zeit-Diagramm einer Fahrzeugbewegung

a) die Fahrzeuggeschwindigkeit v,

b) die Ortskoordinate s_1 des Ortes, den das Fahrzeug zur Zeit $t_1 = 20$ h 10 min erreicht hat,

c) die Zeit t_2, zu der es am Ort mit der Ortskoordinate $s_2 = -6{,}2$ km ist.



---

a)
$$v = -\frac{168\,\text{m}}{12{,}5\,\text{s}} = -13{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1}.$$

Das Fahrzeug fährt von einem Ort mit hoher Ortskoordinate zu einem Ort mit niedriger Ortskoordinate, d.h. es bewegt sich in Richtung abnehmender Ortskoordinaten. Daher ist die Geschwindigkeit negativ.

b)
$$s = 168\,\text{m} - 13{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \cdot t, \quad t_1 = 20\,\text{h} + 10\,\text{min} = 72\,600\,\text{s},$$

$$s_1 = 168\,\text{m} - 13{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \cdot 72\,600\,\text{s} = -973 \cdot 10^3\,\text{m}.$$

c)
$$t = \frac{s - 168\,\text{m}}{-13{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}, \quad s_2 = -6200\,\text{m},$$

$$t_2 = \frac{-6200\,\text{m} - 168\,\text{m}}{-13{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1}} = 475\,\text{s}.$$

M 11 Ein Fahrzeug fährt während der Zeitspanne $\Delta t_1 = 14$ min mit der konstanten Geschwindigkeit $v_1 = 90\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$. In der dann folgenden Zeitspanne $\Delta t_2 = 650$ s fährt es mit einer anderen konstanten Geschwindigkeit v_2. In beiden Zeitspannen legt es gleich lange Strecken zurück.

a) Berechnen Sie die Länge Δs der gesamten durchfahrenen Strecke.

b) Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ des Fahrzeugs für die gesamte durchfahrene Strecke.

---

a) In den ersten 14 Minuten legt das Fahrzeug die Strecke

$$\Delta s_1 = 90 \cdot 10^3\,\text{m}\,\text{h}^{-1} \cdot 14\,\text{min} = 25\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \cdot 14 \cdot 60\,\text{s} = 21\,000\,\text{m}$$

zurück. Der gesamte Weg hat die Länge $\Delta s = 2 \cdot \Delta s_1 = 42$ km.

b) Für die Strecke Δs benötigt es die Zeitspanne

$$\Delta t = 840\,\text{s} + 650\,\text{s} = 1490\,\text{s}.$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt folglich

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{42 \cdot 10^3\,\text{m}}{1{,}49 \cdot 10^3\,\text{s}} = 28{,}2\,\text{m}\,\text{s}^{-1} = 102\,\text{km}\,\text{h}^{-1}.$$

M 12 Ein Fahrzeug A fährt auf einer geraden Bahn mit der konstanten Geschwindigkeit $v_A = 45\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$; zur Zeit t_1 befindet sich A am Ort mit der Ortskoordinate 47,4 km. Ein Fahrzeug B fährt auf gleicher Bahn mit der konstanten Geschwindigkeit v_B. Zur Zeit $t_2 = t_1 + 70$ s befindet sich B am Ort mit der Ortskoordinate 15,2 km. B holt A zur Zeit $t_3 = t_2 + 1$ h 20 min ein.

a) Welche Geschwindigkeit v_B hat das Fahrzeug B?

b) Welche Strecke Δx_A durchfährt das Fahrzeug A von t_1 bis t_3; welche Strecke Δx_B durchfährt das Fahrzeug B von t_2 bis t_3?

---

a) Das Zusammentreffen der beiden Fahrzeuge erfolgt

$$\Delta t_1 = 4870\,\text{s}$$

nach der Zeit t_1 und

$$\Delta t_2 = 4800\,\text{s}$$

nach der Zeit t_2. Das Fahrzeug A hat dann den Ort mit der Ortskoordinate

$$x_3 = 47{,}4 \cdot 10^3\,\text{m} + 45\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \cdot 4870\,\text{s}, \quad x_3 = 266{,}6\,\text{km}$$

erreicht. Das Fahrzeug B erreicht denselben Ort mit der Geschwindigkeit v_B zur Zeit $t_3 = t_2 + 4800$ s. Es gilt daher

$$x_3 = 15{,}2 \cdot 10^3\,\text{m} + v_B \cdot 4800\,\text{s}.$$

Durch Gleichsetzen und Auflösen ergibt sich

$$v_B = \frac{47{,}4 \cdot 10^3\,\text{m} + 45\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \cdot 4870\,\text{s} - 15{,}2 \cdot 10^3\,\text{m}}{4800\,\text{s}} = 52{,}4\,\text{m}\,\text{s}^{-1}.$$

b) Das Fahrzeug A hat die Strecke

$$\Delta x_A = 45\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 4870\,\mathrm{s} = 219\,\mathrm{km}$$

zurückgelegt.
Das Fahrzeug B hat die Strecke

$$\Delta x_B = 52{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 4800\,\mathrm{s} = 252\,\mathrm{km}$$

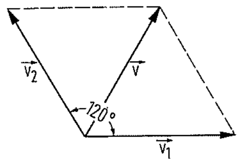
zurückgelegt.

M 13 Zwei Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit dem gleichen Betrag $v_1 = v_2 = 5\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$ schließen den Winkel 120° ein.
Welchen Betrag v hat der Summenvektor? Begründen Sie ihre Antwort!

Der Summenvektor

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

hat den gleichen Betrag wie die Komponenten $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$.
Die Begründung ergibt sich aus der nebenstehenden Abbildung. Das von den Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ aufgespannte Parallelogramm ist ein gleichseitiges Parallelogramm, dessen Winkel 60° bzw. 120° betragen. Der Vektor $\vec{v}$ teilt das Parallelogramm in zwei gleichseitige Dreiecke. Es gilt folglich



$$v = v_1 = v_2.$$

M 14 Zwei Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit den Beträgen $v_1 = 6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ und $v_2 = 8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ schließen den Winkel $\gamma = 38{,}5°$ ein. Der Kosinussatz für Dreiecke sagt aus: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$.
Berechnen Sie den Betrag v des resultierenden Vektors.

Der Vektor $\vec{v}_2$ wird an den Vektor $\vec{v}_1$ angehängt. Diese Vektoren schließen den Winkel γ ein. Es ist dann $a = v_1$, $b = v_2$, $c = v$.
Es gilt

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cdot \cos\gamma},$$

$$v = \sqrt{(6\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2 + (8\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2 - 2 \cdot 6\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 8\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \cos 38{,}5°},$$

$$v = 4{,}99\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

M 15 Ein Flugzeug bewegt sich relativ zur Luft mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ vom Betrag $v_1 = 500\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ in südlicher Richtung. Gleichzeitig weht ein Westwind mit dem Geschwindigkeitsbetrag $v_2 = 30\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

a) Welchen Betrag hat die Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Flugzeuges relativ zur Erdoberfläche?

b) Welche Richtung hat der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$?

a) Für den Betrag v der Geschwindigkeit relativ zur Erdoberfläche gilt:

$$v = \sqrt{(500\,\mathrm{km\,h^{-1}})^2 + (30\,\mathrm{km\,h^{-1}})^2} = 501\,\mathrm{km\,h^{-1}}.$$

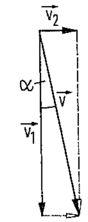
b) Die Richtung des Geschwindigkeitsvektors ergibt sich aus:

$$\tan\alpha = \frac{30\,\mathrm{km\,h^{-1}}}{500\,\mathrm{km\,h^{-1}}} = 0{,}06,$$

$$\alpha = 3{,}43°.$$

Der Geschwindigkeitsvektor hat die Richtung

S 3,43° E.

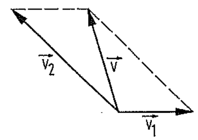


(nicht maßstäblich)

M 16 Zwei Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit den Beträgen $v_1 = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ und $v_2 = 40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ schließen den Winkel 135° ein. Bestimmen Sie durch Zeichnung den Betrag v des resultierenden Vektors!

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

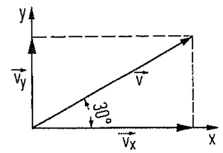
$$v = 29{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$



M 17 Der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ mit dem Betrag $v = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ bildet mit der positiven Richtung der x-Achse eines Koordinatensystems den Winkel $\alpha = 30°$. Bestimmen Sie durch Zeichnung und Rechnung die Beträge v_x und v_y der Komponenten in Richtung der Koordinatenachsen!

$$v_x = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \cos 30° = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 0{,}866 = 4{,}33\,\mathrm{m\,s^{-1}},$$

$$v_y = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \sin 30° = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 0{,}5 = 2{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$



M 18 Ein Fahrzeug führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Die Bewegungsgleichung lautet

$$s = 2\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t^2.$$

a) Welche Wegstrecke s_1 legt das Fahrzeug in der Zeitspanne $\Delta t_{0,1}$ von $t_0 = 0$ bis $t_1 = 15\,\mathrm{s}$ zurück? Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_{0,1}$ hat es während dieser Zeitspanne?

b) Welche Zeitspanne $\Delta t_{0,2}$ benötigt das Fahrzeug, um die Strecke zwischen den Orten mit den Ortskoordinaten $s_0 = 0$ und $s_2 = 25\,\mathrm{m}$ zurückzulegen?

c) Welche Zeitspanne $\Delta t_{2,3}$ benötigt das Fahrzeug, um die Strecke zwischen den Orten mit den Ortskoordinaten $s_2 = 25\,\mathrm{m}$ und $s_3 = 75\,\mathrm{m}$ zurückzulegen? Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_{2,3}$ hat es während dieser Zeitspanne?

d) Welche Zeitspanne $\Delta t_{3,4}$ benötigt das Fahrzeug, um die Strecke zwischen den Orten mit den Ortskoordinaten $s_3=75$ m und $s_4=125$ m zurückzulegen? Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_{3,4}$ hat es während dieser Zeitspanne?

e) Welche Wegstrecke $\Delta s_{5,6}$ legt das Fahrzeug in der Zeitspanne $\Delta t_{5,6}$ von $t_5=17$ s bis $t_6=42$ s zurück? Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_{5,6}$ hat es während dieser Zeitspanne?

f) Welche Wegstrecke $\Delta s_{6,7}$ legt es in der Zeitspanne $\Delta t_{6,7}$ von $t_6=42$ s bis $t_7=67$ s zurück? Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_{6,7}$ hat es während dieser Zeitspanne?

---

a)
$$s_1=2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(15\,\mathrm{s})^2=450\,\mathrm{m},$$
$$\bar{v}_{0,1}=\frac{450\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{s}}=30\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

b)
$$2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t_2^2=25\,\mathrm{m}$$
$$\Delta t_{0,2}=t_2=\sqrt{\frac{25\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}=3{,}54\,\mathrm{s}.$$

c)
$$2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t_3^2=75\,\mathrm{m},$$
$$t_3=\sqrt{\frac{75\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}=6{,}12\,\mathrm{s},$$
$$\Delta t_{2,3}=t_3-t_2=6{,}12\,\mathrm{s}-3{,}54\,\mathrm{s}=2{,}58\,\mathrm{s},$$
$$\bar{v}_{2,3}=\frac{50\,\mathrm{m}}{2{,}58\,\mathrm{s}}=19{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

d)
$$2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t_4^2=125\,\mathrm{m}$$
$$t_4=\sqrt{\frac{125\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}=7{,}91\,\mathrm{s},$$
$$\Delta t_{3,4}=t_4-t_3=7{,}91\,\mathrm{s}-6{,}12\,\mathrm{s}=1{,}79\,\mathrm{s},$$
$$\bar{v}_{3,4}=\frac{50\,\mathrm{m}}{1{,}79\,\mathrm{s}}=27{,}9\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

e)
$$s_5=2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(17\,\mathrm{s})^2=578\,\mathrm{m},$$
$$s_6=2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(42\,\mathrm{s})^2=3528\,\mathrm{m},$$
$$\Delta s_{5,6}=s_6-s_5=3528\,\mathrm{m}-578\,\mathrm{m}=2950\,\mathrm{m},$$
$$\bar{v}_{5,6}=\frac{2950\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{s}}=118\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

f)
$$s_7=2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(67\,\mathrm{s})^2=8978\,\mathrm{m},$$
$$\Delta s_{6,7}=s_7-s_6=8978\,\mathrm{m}-3528\,\mathrm{m}=5450\,\mathrm{m},$$
$$\bar{v}_{6,7}=\frac{5450\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{s}}=218\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

M 19 Ein Fahrzeug bewegt sich auf einer geraden Bahn. Die Zeit- und Ortskoordinaten werden durch die folgende Meßreihe wiedergegeben:

Zeit t (Einheit: s)	0,0	0,8	2,4	3,6	5,2
Ort s (Einheit: m)	0,0	4,8	43,2	97,2	202,8

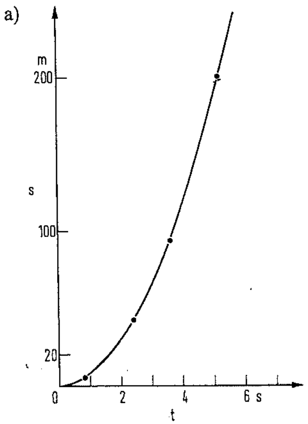
a) Der Bewegungsablauf soll in einem Diagramm wiedergegeben werden. (1 s ≙ 0,5 cm, 1 m ≙ 0,25 mm)

b) Es soll rechnerisch nachgewiesen werden, daß das Fahrzeug eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ausführt.

c) Es soll die Bewegungsgleichung angegeben werden.

---

a)



b) Es werden die Quotienten st^{-2} gebildet.

Zeit t: (Einheit: s)	0,0	0,8	2,4	3,6	5,2
Ort s (Einheit: m)	0,0	4,8	43,2	97,2	202,8
Quotient st^{-2} (Einheit: $\mathrm{m\,s^{-2}}$)		7,5	7,5	7,5	7,5

Da die Quotienten übereinstimmen, handelt es sich um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

c) Die Bewegungsgleichung lautet:

$$s=7{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t^2.$$

M 20 Ein Fahrzeug führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Zur Zeit $t_{10}=5$ s beginnt es seine Bewegung am Ort mit der Ortskoordinate $s_{10}=25$ m; zur Zeit $t_{11}=17$ s hat es den Ort mit der Ortskoordinate $s_{11}=198$ m erreicht. Zur Zeit $t_{20}=7$ s fährt ein zweites Fahrzeug am Ort mit der Ortskoordinate $s_{20}=-1650$ m an; es führt ebenfalls eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Zur Zeit $t_ü=105$ s holt das zweite Fahrzeug das erste ein.

a) Welche Ortskoordinate $s_ü$ hat der Ort, an dem der Überholvorgang stattfindet?

b) Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}_1$ und $\bar{v}_2$ haben die beiden Fahrzeuge auf dem Wege von ihrem Start bis zum Überholvorgang?

Ansatz für die Bewegungsgleichung des ersten Fahrzeuges:

$$s=\frac{a}{2}\cdot(t-t_{10})^2+s_{10}.$$

Daraus folgt

$$\frac{a}{2}=\frac{s-s_{10}}{(t-t_{10})^2}.$$

Mit $s=s_{11}$ und $t=t_{11}$ folgt

$$\frac{a}{2}=\frac{198\,\mathrm{m}-25\,\mathrm{m}}{(17\,\mathrm{s}-5\,\mathrm{s})^2}=1{,}20\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

Die Bewegungsgleichung lautet

$$s=\frac{a}{2}\cdot(t-t_{10})^2+s_{10}.$$

$$s=1{,}20\ \mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(t-5\ \mathrm{s})^2+25\ \mathrm{m}.$$

a) Der Überholvorgang findet zur Zeit $t_ü$ am Ort mit der Ortskoordinate $s_ü$ statt. Es gilt:

$$s_ü=1{,}20\ \mathrm{m\,s^{-1}}(t_ü-5\ \mathrm{s})^2+25\ \mathrm{m}$$

$$s_ü=1{,}20\ \mathrm{m\,s^{-2}}(105\ \mathrm{s}-5\ \mathrm{s})^2+25\ \mathrm{m}$$

$$s_ü=12025\ \mathrm{m}.$$

b) Die Durchschnittsgeschwindigkeit des ersten Fahrzeuges in der Zeit von t_{10} bis $t_ü$ beträgt

$$\bar{v}_1=\frac{12025\ \mathrm{m}-25\ \mathrm{m}}{105\ \mathrm{s}-5\ \mathrm{s}}=120\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit des zweiten Fahrzeuges in der Zeit von t_{20} bis $t_ü$ beträgt

$$\bar{v}_2=\frac{12025\ \mathrm{m}+1650\ \mathrm{m}}{105\ \mathrm{s}-7\ \mathrm{s}}=140\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

M 21 Eine Lokomotive fährt aus dem Ruhezustand gleichmäßig beschleunigt an, ihre Beschleunigung beträgt $a=0{,}6\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Wie lange dauert es, bis sie die Geschwindigkeit $v=80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ erreicht hat?

b) Welche Entfernung s hat sie dann vom Ausgangsort?

---

a)

$$v=80\ \mathrm{km\,h^{-1}}=22{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}},$$

$$t=\frac{v}{a}=\frac{22{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}}{0{,}6\ \mathrm{m\,s^{-2}}}=37\ \mathrm{s}.$$

b)

$$s=\tfrac{1}{2}at^2=0{,}5\cdot 0{,}6\ \mathrm{m\,s^{-2}}\cdot(37\ \mathrm{s})^2=411\ \mathrm{m}.$$

M 22 Ein Körper wird aus dem Ruhezustand gleichmäßig beschleunigt, die Beschleunigung beträgt $a=0{,}08\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.
In welcher Zeit t legt er den Weg $s=100\ \mathrm{m}$ zurück?

Aus

$$s=\tfrac{1}{2}at^2$$

folgt

$$t=\sqrt{\frac{2s}{a}}.$$

$$t=\sqrt{\frac{2\cdot 100\ \mathrm{m}}{0{,}08\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}=\sqrt{2500\ \mathrm{s}^2}=50\ \mathrm{s}.$$

M 23 Der Pfeil einer Armbrust wird längs einer $s=0{,}30\ \mathrm{m}$ langen Beschleunigungsstrecke beschleunigt; er verläßt die Armbrust mit der Geschwindigkeit $v=66{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Nehmen Sie vereinfachend an, daß der Beschleunigungsvorgang als gleichmäßig beschleunigte Bewegung behandelt werden darf.
Berechnen Sie die Zeitspanne Δt, während der der Pfeil beschleunigt wird.

Es gilt

$$s=\tfrac{1}{2}a\cdot\Delta t^2 \quad \text{und} \quad v=a\cdot\Delta t.$$

Daraus folgt

$$s=\tfrac{1}{2}v\cdot\Delta t \quad \text{und} \quad \Delta t=\frac{2s}{v}.$$

$$\Delta t=\frac{2\cdot 0{,}30\ \mathrm{m}}{66{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}}}=9{,}09\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}.$$

M 24 Ein Verkehrsflugzeug startet. Nach der Rollstrecke $s=2{,}6\ \mathrm{km}$ hebt es mit der Fluggeschwindigkeit $v=340\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ vom Boden ab. Es soll angenommen werden, daß es sich bei diesem Vorgang um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung handelt.

a) Wie lange rollt das Flugzeug beim Startvorgang?

b) Welche Beschleunigung a hat es dabei?

---

a) Wie in Aufgabe M 23 gezeigt wurde, gilt für die Beschleunigungszeit

$$t=\frac{2s}{v}.$$

$$t=\frac{2\cdot 2{,}6\cdot 10^3\ \mathrm{m}\cdot 3600\ \mathrm{s}}{340\cdot 10^3\ \mathrm{m}}=55{,}1\ \mathrm{s}.$$

b) Aus $s=\frac{a}{2}t^2$ und $v^2=(at)^2$ folgt

$$s=\frac{1}{2a}\cdot v^2 \quad \text{oder} \quad a=\frac{1}{2s}\cdot v^2.$$

$$a=\frac{1}{2\cdot 2{,}6\cdot 10^3\ \mathrm{m}}\cdot\left(\frac{340\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right)^2=1{,}72\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

M 25 Ein Personenkraftwagen beschleunigt

a) vom Ruhezustand auf die Geschwindigkeit $80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ in 8,5 s,

b) von $100\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ auf $120\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ in 7,4 s,

c) von $120\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ auf $140\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ in 15,7 s.

Berechnen Sie die mittleren Beschleunigungen $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ und $\bar{a}_3$ (Einheit: $\mathrm{m\,s^{-2}}$) für die einzelnen Geschwindigkeitsintervalle.

Es gilt

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_{1,2}},$$

wenn man mit v_1 bzw. v_2 die Fahrzeuggeschwindigkeit zu Beginn bzw. zum Ende des Intervalles und mit $t_{1,2}$ die Zeitspanne bezeichnet.

a)

$$\bar{a}_1=\frac{80\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}\cdot 8{,}5\ \mathrm{s}}=2{,}61\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

b)

$$\bar{a}_2=\frac{20\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}\cdot 7{,}4\ \mathrm{s}}=0{,}751\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

c)

$$\bar{a}_3=\frac{20\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}\cdot 15{,}7\ \mathrm{s}}=0{,}354\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

M 26 Ein Kraftfahrzeug legt nach dem Anfahren aus dem Stand die Strecke $s=1$ km in der Zeit $t=35$ s zurück. Es soll zunächst angenommen werden, daß es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung durchführt.

a) Welche Beschleunigung a hat das Fahrzeug unter dieser Annahme?

b) Welche Endgeschwindigkeit v_0 errechnet man für das Fahrzeug nach Durchfahren der 1 km langen Strecke, wenn man eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung zugrundelegt?

c) Es wird nun zusätzlich die Angabe gemacht, daß das Fahrzeug in Wirklichkeit in 35 s die maximale Geschwindigkeit $v_1=140\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ erreicht.
Welchen Schluß kann man daraus ziehen? Erläutern Sie den Bewegungsablauf qualitativ!

---

a) Es gilt

$$s=\frac{a}{2}t^2, \quad a=\frac{2s}{t^2}.$$

$$a=\frac{2\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{(35\ \mathrm{s})^2}=1{,}633\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

b) Mit $v=at$ erhält man daraus

$$v_0=1{,}633\ \mathrm{m\,s^{-2}}\cdot 35\ \mathrm{s}=57{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}=206\ \mathrm{km\,h^{-1}}.$$

c) Wenn die Endgeschwindigkeit niedriger als die errechnete Geschwindigkeit v_0 ist, liegt keine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor. Die Geschwindigkeit hat zu Beginn der Fahrt einen größeren Betrag als sie sich nach der Annahme berechnet. Dadurch erhält das Fahrzeug zunächst einen Vorsprung vor dem errechneten Bewegungsablauf. Ohne eine weitere gleichmäßige Steigerung der Geschwindigkeit erreicht es die Zielmarke der 1 km langen Strecke dennoch in der angegebenen Zeit.

M 27 Ein Eisenbahnzug fährt mit der Geschwindigkeit $v_0=120\ \mathrm{km\,h^{-1}}$. Nach dem Ziehen der Notbremse legt er den Bremsweg $s=500$ m zurück. Der Bremsvorgang kann in guter Näherung als eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung betrachtet werden.

a) Wie lange dauert der Bremsvorgang?

b) Welche Beschleunigung a erfährt der Zug dabei?

Nach Ablauf der Zeitspanne Δt hat der Zug die Geschwindigkeit Null. Es gilt

$$0=v_0+a\cdot\Delta t, \quad a=-\frac{v_0}{\Delta t}.$$

$$s=v_0\cdot\Delta t+\tfrac{1}{2}a\cdot(\Delta t)^2,$$

$$s=\tfrac{1}{2}v_0\cdot\Delta t.$$

a) $$\Delta t=\frac{2s}{v_0}=\frac{2\cdot 500\ \mathrm{m}\cdot 3600\ \mathrm{s}}{120\cdot 10^3\ \mathrm{m}}=30\ \mathrm{s}.$$

b) $$a=-\frac{v_0}{\Delta t}=-\frac{120\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}\cdot 30\ \mathrm{s}}=-1{,}11\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

M 28 Die höchste Beschleunigung, die ein Mensch während einer geraumen Zeit ertragen kann, ohne gesundheitlichen Schaden zu nehmen, beträgt etwa $100\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.
Die ersten Mondfahrer kehrten am 24. 06. 1969 mit ihrem Raumschiff zur Erde zurück, ihre Geschwindigkeit betrug beim Eintritt in die Lufthülle $v_0=11\,000\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

Es soll zur nun folgenden Abschätzung von Bremsweg und Bremszeit angenommen werden, daß der Abbremsvorgang eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a=-100\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ist.

a) Welche Länge s muß der Bremsweg haben?

b) Wie lange dauert der Abbremsvorgang?

---

a) Da die Geschwindigkeit auf $v=0$ abgebremst wird, gilt

$$0=v_0+a\cdot\Delta t, \quad \Delta t=-\frac{v_0}{a}.$$

$$s=v_0\cdot\Delta t+\frac{a}{2}\cdot(\Delta t)^2,$$

$$s=-\frac{1}{2a}\cdot v_0^2.$$

$$s=-\frac{1}{2\cdot(-100\ \mathrm{m\,s^{-2}})}\cdot(11\,000\ \mathrm{m\,s^{-1}})^2=605\cdot 10^3\ \mathrm{m}=605\ \mathrm{km}.$$

Dieser Bremsweg steht in der Lufthülle bei sehr flachem Aufprall zur Verfügung.

$$\Delta t=-\frac{v_0}{a}.$$

$$\Delta t=-\frac{11\,000\ \mathrm{m\,s^{-1}}}{-100\ \mathrm{m\,s^{-2}}}=110\ \mathrm{s},$$

$$\Delta t=1\ \mathrm{min}\ 50\ \mathrm{s}.$$

M 29 Von der US-Air-Force wurden 1954 in Neumexiko auf einer langen Schienenstrecke Beschleunigungsversuche durchgeführt, um die Belastbarkeit des Menschen für Raumfahrtprojekte zu untersuchen. Mit Hilfe von Raketentriebwerken wurde ein Schlitten längs der Teilstrecke $s_1=840$ m mit der Beschleunigung $a_1=70\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ angetrieben. Auf dem zweiten Teil der durchfahrenen Strecke von der Länge $s_2=210$ m wurde der Schlitten mit Bremsschaufeln, die in ein Wasserbecken eintauchten, abgebremst.
Bei der Bearbeitung der Aufgabe soll davon ausgegangen werden, daß die Bewegungen auf den beiden Teilstrecken gleichmäßig beschleunigte Bewegungen waren.

a) Welche Geschwindigkeit v_1 hatte der Raketenschlitten nach dem Durchfahren der ersten Teilstrecke?

b) Wie lange wurde er längs dieser Teilstrecke beschleunigt?

c) Wie lange dauerte der Bremsvorgang auf der zweiten Teilstrecke?

d) Mit welcher Beschleunigung a_2 wurde der Schlitten gebremst?

---

a) Wie in Aufgabe M 24b erhält man

$$s_1=\frac{1}{2a_1}\cdot v_1^2, \quad v_1=\sqrt{2s_1a_1}.$$

$$v_1=\sqrt{2\cdot 840\ \mathrm{m}\cdot 70\ \mathrm{m\,s^{-2}}}=343\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

b) Wie in Aufgabe M 23 erhält man

$$\Delta t_1=\frac{2s_1}{v_1}.$$

$$\Delta t_1=\frac{2\cdot 840\ \mathrm{m}}{343\ \mathrm{m\,s^{-1}}}=4{,}9\ \mathrm{s}.$$

c) Für die Bremszeit Δt_2 erhält man wie in Aufgabe M 27a

$$\Delta t_2 = \frac{2 s_2}{v_1}.$$

$$\Delta t_2 = \frac{2 \cdot 210\,\mathrm{m}}{343\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 1{,}22\,\mathrm{s}.$$

d) Für die Beschleunigung beim Bremsvorgang erhält man nach der in Aufgabe M 28a hergeleiteten Gleichung

$$s_2 = -\frac{1}{2a_2} v_1^2, \qquad a_2 = -\frac{1}{2 s_2} v_1^2.$$

$$a_2 = -\frac{1}{2 \cdot 210\,\mathrm{m}} (343\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2 = -280\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

M 30 Ein Kraftfahrzeug fährt mit der Geschwindigkeit $v_0 = 72\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Es bremst und führt dabei eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Die verzögernde Beschleunigung ist $a = -0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Welche Strecke s_1 legt es bremsend bis zu dem Zeitpunkt zurück, in dem seine Geschwindigkeit auf die Hälfte des Anfangswertes gesunken ist?

b) Welche Strecke s_2 legt es bremsend bis zum Stillstand zurück?

Anleitung: Berechnen Sie zunächst die Zeiten t_1 und t_2 für das Eintreten der Ereignisse unter a) und b)!

a)

$$v_1 = \frac{v_0}{2}, \qquad v_1 = v_0 + a\,t_1, \qquad v_0 = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

$$10\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}} - 0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t_1,$$

$$t_1 = \frac{10\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = \frac{10}{0{,}6}\,\mathrm{s}.$$

$$s_1 = v_0\,t_1 + \tfrac{1}{2}\,a\,t_1^2 = (v_0 + \tfrac{1}{2}\,a\,t_1) \cdot t_1.$$

$$s_1 = \left(20\,\mathrm{m\,s^{-1}} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \frac{10}{0{,}6}\,\mathrm{s}\right) \cdot \frac{10}{0{,}6}\,\mathrm{s},$$

$$s_1 = 15\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \frac{10}{0{,}6}\,\mathrm{s} = 250\,\mathrm{m}.$$

b)

$$0 = v_0 + a\,t_2.$$

$$0 = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}} - 0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t_2,$$

$$t_2 = \frac{20}{0{,}6}\,\mathrm{s}.$$

$$s_2 = v_0\,t_2 + \tfrac{1}{2}\,a\,t_2^2 = (v_0 + \tfrac{1}{2}\,a\,t_2) \cdot t_2.$$

$$s_2 = \left(20\,\mathrm{m\,s^{-1}} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \frac{20}{0{,}6}\,\mathrm{s}\right) \cdot \frac{20}{0{,}6}\,\mathrm{s},$$

$$s_2 = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot \frac{20}{0{,}6}\,\mathrm{s} = 333\,\mathrm{m}.$$

M 31 In welcher kürzesten Zeit kann ein Körper eine $s = 2\,\mathrm{km}$ lange Strecke zurücklegen, wenn seine Beschleunigung dem Betrage nach niemals größer als $20\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ sein darf und wenn er zu Beginn und zum Ende der Bewegung die Geschwindigkeit Null haben soll?

Die kürzeste Zeit wird erzielt, wenn der Körper auf der ersten Hälfte der Strecke mit $a_1 = 20\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ beschleunigt wird und auf der zweiten Hälfte der Strecke mit der dem Betrage nach gleichen Beschleunigung verzögert wird. Der Beschleunigungsvorgang benötigt die Zeit t_1, es gilt

$$\frac{s}{2} = \tfrac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, \qquad t_1 = \sqrt{\frac{s}{a_1}}, \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2000\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m\,s^{-2}}}} = 10\,\mathrm{s}.$$

Der Bremsvorgang, beginnend mit der maximalen Geschwindigkeit $v_{\max}$, benötigt die Zeit t_2, es gilt

$$0 = v_{\max} + a_2 \cdot t_2, \qquad v_{\max} = -a_2 \cdot t_2; \qquad a_2 = -a_1.$$

Aus

$$\frac{s}{2} = v_{\max} \cdot t_2 + \tfrac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2$$

folgt

$$\frac{s}{2} = a_1 \cdot t_2^2 - \tfrac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_2^2,$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{s}{a_1}}, \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2000\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m\,s^{-2}}}} = 10\,\mathrm{s}.$$

Die kürzeste Fahrzeit beträgt

$$t = t_1 + t_2 = 20\,\mathrm{s}.$$

M 32 Ein Körper führt längs einer geraden Bahn eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Zur Zeit $t_0 = 0$ hat er die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, die Beschleunigung beträgt $a = 0{,}4\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Zeichnen Sie das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zu der Bewegung!

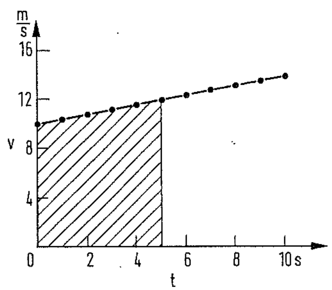
b) Ermitteln Sie aus dem Diagramm die Länge s des Weges, den der Körper in der Zeitspanne von t_0 bis $t_1 = 5\,\mathrm{s}$ zurücklegt!

a) Die Abbildung zeigt das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm. Es ist eine Gerade. Die Gleichung für die Geschwindigkeit lautet

$$v = v_0 + a\,t, \qquad v = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}} + 0{,}4\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t.$$

b) Der nach $t_1 = 5\,\mathrm{s}$ zurückgelegte Weg entspricht der Fläche des schraffierten Trapezes. Man erhält

$$s = \frac{10\,\mathrm{m\,s^{-1}} + 12\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{2} \cdot 5\,\mathrm{s} = 55\,\mathrm{m}.$$

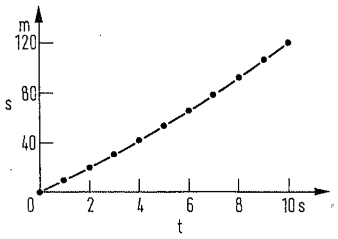


M 33 Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für die in Aufgabe M 32 behandelte Bewegung für den Fall, daß der Körper sich zur Zeit $t_0=0$ am Ort mit der Ortskoordinate $s_0=0$ befindet!

Das Weg-Zeit-Diagramm zeigt die Abbildung. Es ist eine (schwach nach oben gekrümmte) Parabel, die durch die Gleichung

$$s=10\,\mathrm{m\,s^{-1}}\cdot t+\tfrac{1}{2}\cdot 0{,}4\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t^2,$$

dargestellt wird.



M 34 Ein Körper bewegt sich längs einer geraden Bahn, er führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung durch, die Beschleunigung ist negativ, d.h. er wird abgebremst. Seine Anfangsgeschwindigkeit zur Zeit $t_0=0$ beträgt $v_0=10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, die Beschleunigung $a=-0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Zeichnen Sie das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm!

b) Ermitteln Sie aus der Zeichnung die Länge s des Weges, den der Körper von der Zeit $t_0=0$ bis zu dem Zeitpunkt zurücklegt, in dem er still steht!

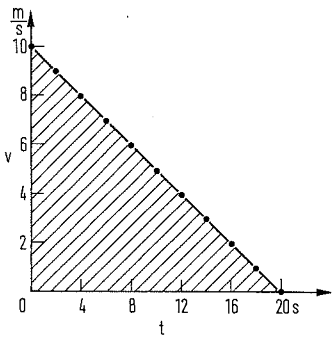
---

a) Das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zeigt die Abbildung. Es ist eine Gerade mit der Gleichung

$$v=10\,\mathrm{m\,s^{-1}}-0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t.$$

b) Der gesuchte Weg entspricht der Fläche des schraffierten Dreiecks, also

$$s=\tfrac{1}{2}\cdot 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}\cdot 20\,\mathrm{s}=100\,\mathrm{m}.$$



M 35 a) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm des in Aufgabe M 34 behandelten Bewegungsvorganges für den Fall, daß der Körper sich zur Zeit $t_0=0$ am Ort mit der Ortskoordinate $s_0=0$ befindet!

b) Ermitteln Sie aus diesem Diagramm die Zeit t_1, zu der der Körper die Geschwindigkeit Null hat!

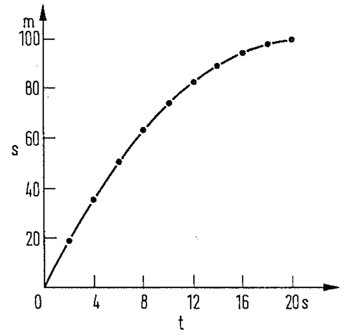
---

a) Das Weg-Zeit-Diagramm zeigt die Abbildung. Es ist eine nach unten gekrümmte Parabel, die durch die Gleichung

$$s=10\,\mathrm{m\,s^{-1}}\cdot t-\tfrac{1}{2}\cdot 0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t^2,$$

dargestellt wird.

b) Die Geschwindigkeit ist Null, wenn die Parabeltangente parallel zur t-Achse verläuft. Dies ist für $t_1=20\,\mathrm{s}$ der Fall.



M 36 Ein Fahrzeug führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Zur Zeit $t_0=0$ hat es die Geschwindigkeit $v_0=20\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, seine Beschleunigung ist $a=-2{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

a) Zeichnen Sie das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm!

b) Ermitteln Sie aus diesem Diagramm die Zeit t_1, zu der das Fahrzeug zur Ruhe kommt!

c) Ermitteln Sie aus dem Diagramm, welche Länge s der Weg hat, den das Fahrzeug während der Zeit von t_0 bis t_1 zurücklegt!

---

a) Das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zeigt die Abbildung. Es gilt:

$$v=20\,\mathrm{m\,s^{-1}}-2{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t.$$

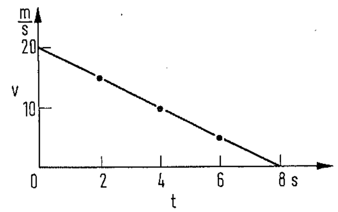
b) Das Fahrzeug kommt zu der Zeit

$$t_1=8\,\mathrm{s}$$

zur Ruhe.

c) Der zurückgelegte Weg hat eine Länge, die der Fläche des Dreiecks entspricht, das von den Koordinatenachsen und dem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm begrenzt wird. Es ergibt sich

$$s=\frac{20\,\mathrm{m\,s^{-1}}\cdot 8\,\mathrm{s}}{2}=80\,\mathrm{m}.$$



M 37 Wie lautet die Weg-Zeit-Gleichung für die in Aufgabe M 36 behandelte Bewegung? Zur Zeit $t_0=0$ befinde sich das Fahrzeug am Ort mit der Ortskoordinate $s_0=0$.

Die Weg-Zeit-Gleichung lautet:

$$s=20\,\mathrm{m\,s^{-1}}\cdot t-1{,}25\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t^2.$$

M 38 Ein Körper führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Zur Zeit $t_0=0$ hat er die Geschwindigkeit $v_0=10\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, seine Beschleunigung beträgt $a=2\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ und er befindet sich am Ort mit der Ortskoordinate $s_0=0$.

a) Geben Sie die Geschwindigkeit-Zeit-Gleichung an!

b) Geben Sie die Weg-Zeit-Gleichung an!

c) Zeichnen Sie das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm!

d) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm!

---

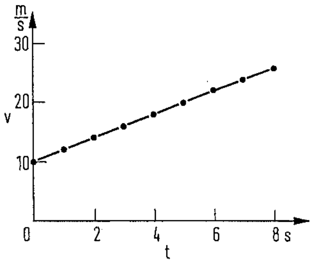
a) Die Geschwindigkeit-Zeit-Gleichung lautet

$$v=10\ \mathrm{m\,s^{-1}}+2\ \mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t.$$

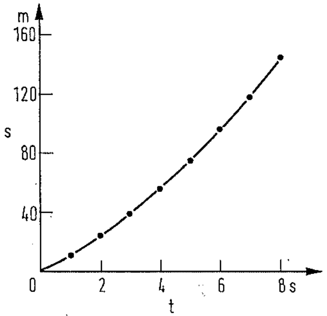
b) Die Weg-Zeit-Gleichung lautet

$$s=10\ \mathrm{m\,s^{-1}}\cdot t+1\ \mathrm{m\,s^{-2}}\cdot t^2.$$

c) Das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm



d) Das Weg-Zeit-Diagramm



M 39 Ein Körper führt auf einer geraden Bahn eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Es besteht die folgende Zuordnung von Zeiten und Ortskoordinaten:

$$t_1=12\ \mathrm{s}\qquad t_2=14\ \mathrm{s}\qquad t_3=16\ \mathrm{s}\qquad t_4=18\ \mathrm{s}$$
$$x_1=106\ \mathrm{m}\qquad x_2=202\ \mathrm{m}\qquad x_3=330\ \mathrm{m}\qquad x_4=490\ \mathrm{m}.$$

a) Welche Geschwindigkeiten hat der Körper zu den Zeiten t_2 und t_3?

b) Welche Beschleunigung a hat der Körper?

c) Mit Hilfe des Ansatzes

$$v=a(t-t_0)$$

soll die Geschwindigkeit-Zeit-Gleichung für den Körper bestimmt werden. Ferner soll der Zeitpunkt t_0 ermittelt werden, zu dem der Körper die Geschwindigkeit Null hat.

d) Mit Hilfe des Ansatzes

$$x=\frac{a}{2}(t-t_0)^2+x_0$$

soll die Weg-Zeit-Gleichung des Körpers bestimmt werden. Es ist ferner die Koordinate x_0 des Ortes zu bestimmen, an dem sich der Körper zur Zeit t_0 befindet.

Anleitung: Beachten Sie bei der Lösung der Aufgabe, daß bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung die Durchschnittsgeschwindigkeit in einer Zeitspanne gleich der Geschwindigkeit im zeitlichen Mittelpunkt dieser Zeitspanne ist.

---

a) t_2 ist die zeitliche Mitte von t_1 und t_3. Folglich ist die Geschwindigkeit des Körpers zur Zeit t_2

$$v(t_2)=\frac{330\ \mathrm{m}-106\ \mathrm{m}}{16\ \mathrm{s}-12\ \mathrm{s}}=56\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Ebenso ergibt sich

$$v(t_3)=\frac{490\ \mathrm{m}-202\ \mathrm{m}}{18\ \mathrm{s}-14\ \mathrm{s}}=72\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

b) Die Beschleunigung ist zeitlich konstant und beträgt

$$a=\frac{v(t_3)-v(t_2)}{t_3-t_2}.$$

$$a=\frac{72\ \mathrm{m\,s^{-1}}-56\ \mathrm{m\,s^{-1}}}{16\ \mathrm{s}-14\ \mathrm{s}}=8\ \mathrm{m\,s^{-2}}.$$

c)
$$v=a(t-t_0)=8\ \mathrm{m\,s^{-2}}(t-t_0).$$

Zur Zeit $t_2=14\ \mathrm{s}$ beträgt die Geschwindigkeit $v(t_2)=56\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Daher ist

$$v(t_2)=56\ \mathrm{m\,s^{-1}}=8\ \mathrm{m\,s^{-2}}(14\ \mathrm{s}-t_0).$$

$$t_0=7\ \mathrm{s}.$$

Die Geschwindigkeit-Zeit-Gleichung lautet daher

$$v(t)=8\ \mathrm{m\,s^{-2}}(t-7\ \mathrm{s}).$$

Zur Zeit $t_0=7\ \mathrm{s}$ hat der Körper die Geschwindigkeit Null.

d)
$$x=\frac{a}{2}(t-t_0)^2+x_0.$$

Für die Zeit $t_1=12\ \mathrm{s}$ gilt:

$$x_1=\frac{a}{2}(t_1-t_0)^2+x_0.$$

$$x_0=x_1-\frac{a}{2}(t_1-t_0)^2,$$

$$x_0=106\ \mathrm{m}-4\ \mathrm{m\,s^{-2}}(12\ \mathrm{s}-7\ \mathrm{s})^2=6\ \mathrm{m}.$$

Die Weg-Zeit-Gleichung des Körpers lautet:

$$x=4\ \mathrm{m\,s^{-2}}(t-7\ \mathrm{s})^2+6\ \mathrm{m}.$$

Freier Fall

M 40 Ein Stein fällt von der Hamburger Köhlbrand-Brücke ins Wasser. Die Flugzeit beträgt $t=3{,}19$ s. Wie hoch ist die Brücke? (Bei der Lösung der Aufgabe soll vom Einfluß des Luftwiderstandes abgesehen werden.) $g=9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

$$s=\frac{g}{2}t^2.$$

$$s=\frac{9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}}{2}\cdot 3{,}19^2\ \mathrm{s}^2=49{,}9\ \mathrm{m}.$$